

A los estudiantes se les dió un problema:

$$8 + 4 = \blacksquare + 5$$

Sus respuestas variaron. Aquí están sus respuestas:

7

12

17

12 y 17

¿Qué es lo que estaban pensando cuando respondieron?

A los estudiantes se les dió un problema:

$$8 + 4 = \quad + 5$$

Sus respuestas variaron. Aquí están sus respuestas:

7

12

17

12 y 17

¿Qué es lo que estaban pensando cuando respondieron?

Students were given the problem:

$$8 + 4 = \quad + 5$$

Their responses varied. Here are the responses:

7

12

17

12 and 17

What were they thinking when they made each response?

## Estadísticas

A los niños se les dió el siguiente problema y se les preguntó qué número iba en el recuadro.

$$8 + 4 = \square + 5$$

Porcentaje de niños que dieron estas respuestas:

| Grado * | Respuestas dadas |     |     |         |       |
|---------|------------------|-----|-----|---------|-------|
|         | 7                | 12  | 17  | 12 y 17 | Otros |
| 1       | 0%               | 79% | 7%  | 0%      | 14%   |
| 1 y 2   | 6%               | 54% | 20% | 0%      | 20%   |
| 2       | 6%               | 55% | 10% | 14%     | 15%   |
| 3       | 10%              | 60% | 20% | 5%      | 5%    |
| 4       | 7%               | 9%  | 44% | 30%     | 11%   |
| 5       | 7%               | 48% | 45% | 0%      | 0%    |
| 6       | 0%               | 84% | 14% | 2%      | 0%    |

\* Número de estudiantes entrevistados: 1.º grado: 42; 1.º y 2.º grado: 84; 2.º grado: 174; 3.º grado: 208; 4.º grado: 57; 5.º grado: 42; 6.º grado: 145.

*Adaptado de Teaching Children Mathematics, December 1999*  
*Article: "Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra"*

A los niños se les dió el siguiente problema y se les preguntó qué número iba en el recuadro.  
 Children were given the following problem and asked what number belongs in the box.

$$8 + 4 = \square + 5$$

Porcentaje de niños que dieron estas respuestas:  
 Percent of children who gave these answers:

| Grado/<br>Grade * | Respuestas dadas/Answers Given |     |     |         |       |
|-------------------|--------------------------------|-----|-----|---------|-------|
|                   | 7                              | 12  | 17  | 12 y 17 | Otros |
| 1                 | 0%                             | 79% | 7%  | 0%      | 14%   |
| 1 y 2             | 6%                             | 54% | 20% | 0%      | 20%   |
| 2                 | 6%                             | 55% | 10% | 14%     | 15%   |
| 3                 | 10%                            | 60% | 20% | 5%      | 5%    |
| 4                 | 7%                             | 9%  | 44% | 30%     | 11%   |
| 5                 | 7%                             | 48% | 45% | 0%      | 0%    |
| 6                 | 0%                             | 84% | 14% | 2%      | 0%    |

\* Número de estudiantes entrevistados/Number of children questioned: 1.<sup>er</sup> grado: 42; 1.<sup>er</sup> y 2.<sup>o</sup> grado: 84; 2.<sup>o</sup> grado: 174; 3.<sup>er</sup> grado: 208; 4.<sup>o</sup> grado: 57; 5.<sup>o</sup> grado: 42; 6.<sup>o</sup> grado: 145.

*Adaptado de Teaching Children Mathematics, December 1999*  
 Article: "Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra"

## Verdadero o falso

Todas las siguientes afirmaciones son verdaderas. Aquí hay algunas respuestas típicas de niños cuando se les preguntó si eran verdaderas o falsas:

| Problema          | Respuesta típica  |
|-------------------|---|
| $3 + 4 = 7$       | Es verdad porque cuando sumo 3 y 4, obtengo 7.          |
| $15 = 10 + 5$     | Falso. ¡Eso no se puede hacer! Está al revés.           |
| $7 = 7$           | Falso. No tiene sentido. No hay nada que hacer.         |
| $20 - 7 = 17 - 2$ | Falso. ¡No está bien!<br>¡Hay problemas en ambos lados! |

## True or False/Verdadero o falso

All of the statements below are true.

Here are some typical responses from children when they were asked if the statements were true or false:

Todas las siguientes afirmaciones son verdaderas. Aquí hay algunas respuestas típicas de niños cuando se les preguntó si eran verdaderas o falsas.

| Problem/<br>Problema | Typical response/<br>Respuesta típica  |
|----------------------|--|
| $3 + 4 = 7$          | It is true because when I add 3 and 4, I get 7.<br>Es verdad porque cuando sumo 3 y 4, obtengo 7.                  |
| $15 = 10 + 5$        | False. You can't do that! It's backwards.<br>Falso. ¡Eso no se puede hacer! Está al revés.                         |
| $7 = 7$              | False. That doesn't make sense. There is nothing to do.<br>Falso. No tiene sentido. No hay nada que hacer.         |
| $20 - 7 = 17 - 2$    | False. That's not right! There are problems on both sides!<br>Falso. ¡No está bien! ¡Hay problemas en ambos lados! |

## Investigando el pensamiento

- Trabaje en pareja.
- Trabaje en una afirmación a la vez.
- Una persona dice si la afirmación es falsa o verdadera.
- La segunda persona practica haciendo preguntas para averiguar qué piensa la otra persona.

## ¿FALSO O VERDADERO?

$$8 + 4 = 12$$

$$8 = 3 + 5$$

$$9 + 7 = 15$$

$$9 + 3 = 9 + 3$$

$$11 + 2 = 1 + 11$$

$$10 - 6 = 12 - 8$$

$$373 + 458 = 1481$$

$$2348 - 476 = 286$$

$$58 + 38 - 38 = 58$$

$$87 \times 1 = 88$$

Aquí incluimos unas preguntas para hacerse los unos a los otros mientras trabajan con las afirmaciones falsas o verdaderas:

- ¿Cómo decidió si la declaración era falsa o verdadera?
- ¿Qué hizo primero? ¿Después?
- ¿Alguien lo hizo de otra manera?
- ¿Podía haberlo hecho de otra manera?
- ¿Qué es lo que sabe sobre esos números?
- ¿Cómo podría usar materiales prácticos para demostrar su pensamiento?

## Investigando el pensamiento/Investigating Thinking

- Work in pairs.
- Look at one statement at a time.
- One person says if the statement is true or false.
- The second person practices asking questions to find out how the first person is thinking.
- Trabaje en pareja.
- Trabaje en una declaración a la vez.
- Una persona dice si la declaración es falsa o verdadera.
- La segunda persona practica haciendo preguntas para averiguar qué piensa la otra persona

True or False?/¿FALSO O VERDADERO?

$$8 + 4 = 12$$

$$8 = 3 + 5$$

$$9 + 7 = 15$$

$$9 + 3 = 9 + 3$$

$$11 + 2 = 1 + 11$$

$$10 - 6 = 12 - 8$$

$$373 + 458 = 1481$$

$$2348 - 476 = 286$$

$$58 + 38 - 38 = 58$$

$$87 \times 1 = 88$$



## Investigando el pensamiento/Investigating Thinking

Here are some questions to ask each other as you do these true/false statements:

- How did you decide whether the statement was true or false?
- What did you do first? Next?
- Did anyone do it differently?
- Could you have done it differently?
- What do you know about those numbers?
- How could you use manipulatives to show your thinking?

Aquí se dan unas preguntas para hacerse los unos a los otros mientras trabajan con las afirmaciones verdaderas o falsas:

- ¿Cómo decidió si la afirmación era verdadera o falsa?
- ¿Qué hizo primero? ¿Después?
- ¿Alguien lo hizo de otra manera?
- ¿Podía haberlo hecho de otra manera?
- ¿Qué es lo que sabe sobre esos números?
- ¿Cómo podría usar materiales prácticos para demostrar su pensamiento?

**Resolución de problemas**

Conteste las preguntas a continuación y explique cómo obtuvo sus respuestas:

1)  $3 + 4 = 7$       ¿Verdadero o falso?  
                                 ¿Por qué?

2)  $15 = 10 + 5$       ¿Verdadero o falso?  
                                 ¿Por qué?

3)  $7 = 7$       ¿Verdadero o falso?  
                                 ¿Por qué?

4)  $20 - 5 = 17 - 2$       ¿Verdadero o falso?  
                                 ¿Por qué?

5)  $8 + 4 = \square + 7$       ¿Con qué número se puede llenar la caja?: \_\_\_\_\_

## En casa con el signo de igual

### Información de fondo

#### Habilidades de interrogación

Las investigaciones demuestran que la gente aprende pensando y hablando sobre sus experiencias. Cuando usted trabaje con sus hijos en sus tareas, use las preguntas que se dieron esta noche y así ayudará a su hijo a entender lo que está haciendo y el porqué lo hizo de esa manera.

#### Signo igual:

Los niños entienden bien el concepto de igualdad. El concepto que ellos malinterpretan es el del significado del signo igual. Muchas de las malinterpretaciones sobre el signo igual se deben a la impresión de los estudiantes que el signo significa que tienen que "hacer algo". Esto no es sorprendente cuando usted piensa en cómo se presentan los problemas de matemáticas en los grados primarios. No es raro que a los niños se les de una hoja de problemas para resolver y que todos se vean como:  $3 + 4 = \underline{\quad}$ . Una manera importante de ayudar a sus hijos a desarrollar un entendimiento del signo igual es leyendolo como "tiene el mismo valor que" o "es lo mismo que".

Aquí se le dan unas ideas para usar con su hijo:

### Ideas para la casa

#### **7 = 7**

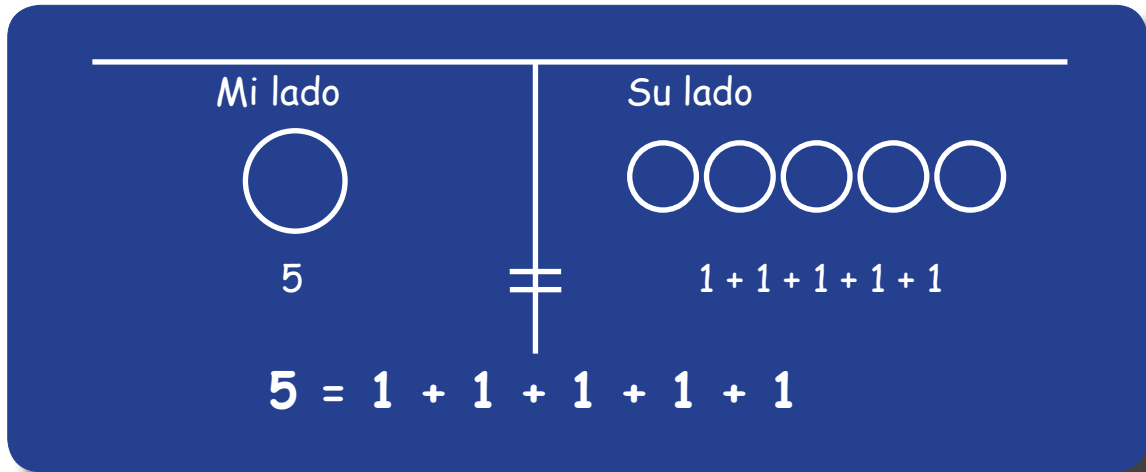
Algunos niños creen que esto no puede ser cierto porque el signo igual significa que tienen que hacer algo. Para ayudarlos a entender, tome 7 M&M's (por ejemplo), y pregúnteles ¿cuántos necesitarían para obtener la misma cantidad? Cuando ellos respondan 7, pregúnteles cómo lo saben. Luego pregúnteles cómo podrían explicar eso con palabras. Finalmente, pregúnteles cómo podrían anotar esta información matemáticamente. (Algunas veces ellos la anotarán como  $7 + 0 = 7$ . Si ésto pasa, pregúnteles si agrego usted algo a cualquiera de los montones). Esto le da la oportunidad de aumentar su conocimiento sobre el significado del signo igual.

#### **15 = 10 + 5**

Algunos niños piensan que este problema está al revés y que no se puede resolver. Usted podría utilizar dinero para ayudar con este concepto. Empiece con un problema más sencillo como  $5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ , en vez de  $15 = 10 + 5$ . Tome un papel y dibuje una línea por la mitad. Dígale a su hijo que el lado izquierdo es el lado suyo y que el lado derecho es el lado de él. Ponga una moneda de 5 centavos en su lado y una moneda de un centavo en el lado de él y pregúntele si los dos lados tienen el mismo valor. Cuando contesten que no, dígale que quiere que ambos lados tengan el mismo valor. Como estas dos cantidades no tienen el mismo valor pídale a su hijo que agregue algunos centavos más hasta que tenga lo mismo en ambos lados. Después de que lo hagan, anótelos en la parte de abajo de la hoja:  $1 + 1 + 1 + 1 + 1$ .

## En casa con el signo de igual

Anote el 5 en su lado. Cuando su hijo esté de acuerdo que es lo mismo, dígame que es el momento de escribir el signo que dice que es lo mismo: o sea el signo igual. Pídale que escriba el signo igual entre las dos anotaciones. Para reforzar esta declaración "al revés," anótela de nuevo en la parte de abajo de la hoja. Se puede usar la idea de dividir el papel en dos partes para otros ejemplos. Esta ayuda a mostrar la idea de la balanza y que los dos lados están en equilibrio cuando se usa el signo igual.



$$20 - 5 = 17 - 2$$

Los niños entienden bien el concepto de igualdad. Aumente ese concepto mostrando que los dos lados de una pregunta falsa o verdadera son iguales si los valores son los mismos. Los materiales prácticos son muy útiles para practicar este concepto. ¿Es una moneda de cinco centavos y cinco monedas de un centavo lo mismo que dos monedas de cinco centavos? ¿Cómo lo escribiría? ( $5+1+1+1+1+1=5+5$ ). También se puede usar frijoles. Ponga un montón de 4 frijoles y otro de 3 frijoles. Tienen estos montones lo mismo en total que un montón de 2 frijoles y uno de 5 frijoles? ¿Cómo lo sabe? ¿Cómo anotaría usted esta información matemáticamente?

### Ideas para declaraciones verdaderas o falsas

Las afirmaciones verdaderas o falsas fueron diseñadas para incluir:

una pregunta simple con la operación a la izquierda:  $8 + 4 = 12$

una afirmación "al revés" con la operación a la derecha:  $8 = 3 + 5$

una afirmación falsa:  $9 + 7 = 15$

una afirmación de operaciones en ambos lados:  $10 - 6 = 12 - 8$

una afirmación falsa con cantidades grandes que no tiene sentido si trata de estimar o redondear números:  $373 + 458 = 1481$  (redondeando números hasta las centenas, si tengo  $400 + 500 = 900$ , pero 1481 es demasiado grande.)

una afirmación falsa con cantidades grandes que incluyen resta:

$2348 - 476 = 286$  (redondeando, tengo  $2400 - 500$ , o más o menos

$2500 - 500$ , lo que es 2000, pero 286 es una cantidad demasiado pequeña.)

Use estas ideas para mostrar afirmaciones verdaderas o falsas a su hijo. Sería también divertido crear afirmaciones verdaderas o falsas con su hijo y disfrutar la gracia de hacer las falsas juntos.

**Estándar de NCTM de álgebra**

Los programas educativos de prejardín a 12.º grado deben permitir a los estudiantes:

- **Representar y analizar las situaciones matemáticas usando símbolos algebraicos**

Reimpresión con permiso de *Principles and Standards for School Mathematics*  
Propiedad literaria © 2000 por The National Council of Teachers of Mathematics  
Todos los derechos reservados

**NCTM Standards/Los estándares nacionales**

Instructional programs from pre-kindergarten through grade 12 should enable all students to--

- **Represent and analyze mathematical situations using algebraic symbols**

Los programas educativos de prejardín a 12.º grado deben permitir a los estudiantes:

- **Representar y analizar situaciones matemáticas usando símbolos algebraicos**

Reimpresión con permiso de *Principles and Standards for School Mathematics*  
Propiedad literaria © 2000 por The National Council of Teachers of Mathematics  
Todos los derechos reservados

## El juego de igualar

### Instrucciones del juego

**Enfoque matemático:** pensamiento algebraico y sentido de los números

**Materiales:** Tabla del juego  
 Cartas del juego (recortados de las copias en cartulina)  
 Una carpeta o papel doblado para cada jugador (para que no se ven las cartas)

**Jugadores:** 2 o más (puede ser divertido en equipos)      **Edades:** 6+

**Instrucciones:** El objetivo del juego es obtener el máximo número de puntos. Los jugadores usan la tabla en una manera parecida a la de Scrabble, usando números, operaciones, y el signo de igual para crear ecuaciones.

1. Los jugadores sacan las cartas con el signo igual y las comparten. Ponen todas la demás cartas boca abajo.
2. Los jugadores toman una carta para ver quién tiene el primer turno (el número más grande va primero).
3. Cada jugador toma 10 recuadros y los pone dentro del papel doblado para que sólo él las vea.
4. El jugador 1 forma una ecuación con sus cartas. Gana un punto por cada carta que usa en la ecuación.
5. El jugador toma cartas para sustituir todas las cartas que usó en su turno.
6. El próximo jugador tiene que usar o un número, una operación, o un signo igual que ya está en la tabla.
7. El juego termina cuando alguien se queda sin cartas o nadie puede jugar con lo que queda de sus cartas.

#### Ejemplo:

He tomado 1, 2, 4, 5, 8, 8, 7, +, -, x

Puedo escribir la ecuación:  $8 = 4 + 5 - 1$  (7 puntos)

O puedo escribir la ecuación  $4 \times 8 - 17 = 8 + 7$  (9 puntos)

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |   |   |
| 8 | = | 4 | + | 5 | - | 1 |   |
|   |   | + |   |   |   |   | + |
|   |   | 3 |   |   |   |   | 5 |
|   |   | = |   |   |   |   | = |
|   |   | 7 |   |   |   |   | 6 |

# El juego de igualar

## TABLA DEL JUEGO

El primer jugador tiene que usar el recuadro de puntos dobles en el centro. Cuando un recuadro tiene "Puntos dobles," los puntos de este turno están duplicados. Si valdría normalmente 6 puntos, ahora valdría 12 puntos.

|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|--|--|------------------|--|--|--|------------------|--|--|--|------------------|--|--|
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  | Puntos<br>dobles |  |  |  |                  |  |  |  | Puntos<br>dobles |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  | Puntos<br>dobles |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  | Puntos<br>dobles |  |  |  |                  |  |  |  | Puntos<br>dobles |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |
|  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |  |                  |  |  |



# El juego de igualar

## CARTAS DEL JUEGO



Recorte las cartas del juego.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |      |      |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------|------|------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1    | 1    | 1    |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3    | 3    | 3    |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5    | 5    | 6    |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7    | 8    | 8    |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | LOCO | LOCO | LOCO |
| + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | +    | +    | +    |
| + | + | + | + | + | - | - | - | - | - | -    | -    | -    |
| ÷ | ÷ | ÷ | ÷ | ÷ | ÷ | × | × | × | × | ×    | ×    | ×    |
| = | = | = | = | = | = | = | = | = | = | =    | =    | =    |
| = | = | = | = | = | = | = | = | = | = | =    | =    | =    |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |      |      |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |      |      |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |      |      |      |